

**LXIV олимпиада по математике учащихся Эстонии**  
**ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА**  
**Таллинн, 17 января 2017 года**  
**X класс**

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найди все пары целых чисел  $(x; y)$ , для которых выполняется равенство
$$x(x-12) - y(y-12) = 3$$
2. Определи число  $k$  так, чтобы один из корней уравнения
$$k^2x^2 + kx^2 - 5kx - 2x^2 + 5x - 5 = 0$$
 был в четыре раза больше другого корня.
3. Составили три учебных группы. Каждый ученик входит в состав хотя бы одной группы, но ни один из учеников не входит в состав всех трех групп. Ученики, которые входят в состав как первой, так и второй группы составляют 40% от количества учеников первой группы и 30% количества учеников второй группы. Ученики, которые входят в состав первой или второй группы или в обе группы одновременно составляют 58% от всех учеников.  $\frac{1}{3}$  учеников первой группы и 15% учеников второй группы входят также в состав третьей группы. Сколько процентов всех учеников составляют ученики третьей группы?
4. Дан параллелограмм  $ABCD$  с острым углом  $\angle BAD$ . Окружность, описанная около треугольника  $ABD$  пересекается с диагональю параллелограмма  $AC$  в точке  $P$ . Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $DPB$  подобны.
5. В левом нижнем углу шахматной доски размерами  $2017 \times 2017$  находится король. Лиза и Мария играют в игру, цель которой – переместить короля в противоположный угол (правый верхний). Победителем считается тот игрок в результате хода которого король переместится в этот угол. Игроки делают ход по очереди и за один ход можно сделать одно из трех движений: один шаг вверх, один шаг вправо, один шаг по диагонали (направо вверх). Кто из игроков выиграет, если начинает игру Лиза и оба игрока в игре придерживаются оптимальной стратегии?